

# ESTUDIOS

---

## CONTRIBUCIÓN DUN SABIO GALEGO Á DETERMINACIÓN DA FORMA E DIMENSIÓN DA TERRA

XOSÉ RODRÍGUEZ GONZÁLEZ, MATEMÁTICO,  
ASTRÓNOMO E XEODESTA

*Por CARLOS BRANDIDO GUTIÉRREZ*

No antigo condado de Deza, berce de bispos, astrónomos e pintores, concretamente en Santa María de Bermés, aínda se conserva na memoria colectiva do pobo a lembranza, mitificada xa polo paso do tempo, dun fillo da freguesía que destacara, durante o primeiro cuarto do século XIX, no eido da ciencia e da política.

En 1929 publicaba D. Ramón Aller, no Vol. III de Arquivos do Seminario de Estudos Galegos, un extenso traballo de investigación sobre "D. José Rodríguez González (O matemático de Bermés)". Gracias a este e a outros estudos sobre Rodríguez, o coñecemento do ilustre astrónomo e xeodesta foise espallando paseniño. Hoxe, alomenos na súa terra, non é un home esquecido: a vila de Lalín adicoulle unha das rúas máis importantes e Bermés ergueu un monumento á súa memoria.

Rodríguez foi catedrático de Matemáticas da Universidade de Santiago e culminou a carreira docente en Madrid, onde explicou Astronomía e dirixiu o Observatorio astronómico.

Morreu, cando se atopaba na plenitude da actividade científica e levaba poucos anos a residir en España, tras frecuentes e prolongadas viaxes de estudos polo extranxeiro. Aínda non cumprira os 54 anos de idade.

### **Rodríguez, estudante e profesor de Matemáticas en Compostela**

Naceu, o 25 de outubro de 1770, en Sta. María de Bermés, concello de Lalín, e estudou primeiras letras e gramática en Monforte de Lemos. En outubro de 1787 ingresou como alumno bolseiro no colexio de S. Xerome da Universidade de Santiago, na que acadou o bachare-

lato en Filosofía primeiro e en Teoloxía despois, en maio do 95; malia non se sentir chamado ó sacerdocio, completaría os estudos teolóxicos.

Por aqueles anos as aspiracións de Rodríguez centrábanse na cátedra de Matemáticas da Universidade, que estaba vacante, pero tamén era cobizada por D. José Lucas Labrada <sup>(1)</sup> e o Dr. Pecul. En decembro do 97 Rodríguez, para ser admitido á oposición, alegaba: ser profesor de Teoloxía da Universidade, ter cursado Matemáticas co antigo catedrático Sr. Pereira, terse adicado ó estudio sistemático das ciencias exactas por vocación, sen escatimar medios, e dominar medianamente a aritmética, trigonometría plana e sublime, curvas alxebraicas, cálculo diferencial e integral, mecánica e astronomía.

○ Claustro da Universidade, coñecedor da preparación do candidato, que, durante o curso anterior, explicara publicamente diversos temas matemáticos con moita asistencia de alumnos, nomeouno profesor substituto da cátedra de Matemáticas, porque, segundo se recolle no Libro de informes da Universidade, “a juicio de los inteligentes... es uno de aquellos genios que de raro en raro forma la Providencia para los conocimientos sublimes”.

Por fin, convocada a oposición, é gañada brillantemente por Rodríguez en 1802. Ese mesmo ano o Claustro acorda que o novo catedrático se desprace a Francia para perfeccionar e ampliar coñecementos e se instruír no uso dos instrumentos necesarios para as explicacións<sup>(2)</sup>. En xuño de 1803 parte para París, non volta ata 1806.

### **Participación de Rodríguez na medición do arco de meridiano entre Barcelona e Formentera**

Os científicos aproveitaron o clima favorable á ciencia creado pola Revolución francesa para proporen unha nova medición do arco de meridiano en Francia e impulsaren o establecemento dun novo sistema de pesos y medidas, o sistema métrico decimal. Unha comisión de membros da Academia de Ciencias formulou o plano de actuacións e encargou ós célebres astrónomos Delambre e Mechain a execución das observacións xeodésicas e astronómicas desde Dunquerque a Barcelona.

(1) Lucas Labrada é o autor da Descripción económica de Galicia. O Dr. Pecul levaba 5 anos rexentando interinamente a cátedra de Matemáticas.

(2) Recibirá da Universidade o pagamento da metade do soldo de catedrático e o 50% restante do Goberno de Carlos IV.

Anos despois, en 1806, os científicos Biot e Arago viñeron a España para continuar as mesmas operacións entre Barcelona e as Illas Baleares. Chais e Rodríguez foron nomeados comisarios por parte española das operacións de medida, que finalizaron en maio de 1808, pero as circunstancias políticas – guerra da Independencia contra Napoleón – non permitiron operacións complementarias encamiñadas á comprobación dos resultados, por medio dunha base de triangulación independente da obtida en Francia. Este mesmo ano a Xunta Central encargou a Rodríguez da redacción de tódalas observacións, medidas e cálculos da devandita triangulación

¿A onde foi parar este escrito? Trinta anos despois, D. Domingo Fontán, o 22 de xullo de 1838, tivo perante as Cortes españolas unha intervención da que cómpre salientarmos estas palabras:

“La meridiana de España, medida por los sres. Biot y Arago, acompañados de mis antecesores D. José Chais y D. José Rodríguez, trabajo redactado por este último y presentado a la Junta Central en 1808, permanece todavía inédito. Yo lo conozco original y, si no viese la luz pública, porque ya Biot publicó las mismas observaciones, no serían conocidas las estaciones<sup>(3)</sup> de la triangulación que ejecutaron, careceríamos de este dato importantísimo para levantar la costa de España, dato que no se aprovechó en 30 años para tener las de Valencia, Cataluña y provincias que lindan con el Pirineo”.

Termos o traballo de que fala Fontán sería de suma importancia para o coñecemento da participación de Rodríguez na preparación e execución das operacións de campo; así só nos consta que realizou os cálculos da triangulación, no que era especialista.

En 1808 recibe da Xunta Central o encargo de deseñar o plano de operacións para a formación dun mapa exacto de España e dun sistema uniforme e invariable de pesos e medidas.

### **Comisións e viaxes científicas de Rodríguez**

A Xunta Central, en 1809, enviouno a Inglaterra a fin de examinar os establecementos científicos destinados ó ensino e a investigación astronómica e aplicacións á Xeografía e á navegación. En 1812 prodúcese unha comunicación científica de Rodríguez á Real Sociedade de

(3) Arago, para que ninguén botara a perder os datos do vértice de triangulación de Mola en Formentera, chantou alí unha cruz e solicitou do Sr. Bispo a concesión de indulxencias a quen rezase diante dela. Tomo VI das memorias do Inst. Geogr. y Estadístico.

Londres, publicada nas *Philosophical Transactions* para 1812, sobre a medición de tres graos de meridiano dirixida en Inglaterra polo tenente coronel William Mudge, da que falaremos máis adiante polo miúdo.

Debido á prolongada ausencia de Rodríguez da cátedra, una R.O. do Consello de Castilla declarouna vacante. O 20 de xullo de 1812 vén a se entrevistar co decano para lle lembrar os servicios que lle foran encomendados, e maniféstalle a vontade de se reintegrar á cátedra, a fin de que os coñecementos adquiridos nos centros de estudio estranxeiros fosen de proveito para os universitarios galegos.

Pero Santiago era moi cativa para o noso científico. O 4 de outubro de 1814 envía unha carta desde Madrid, na que lle comunica ó Rector o desprazamento a Alemania, por encargo do goberno, para ampliar estudos de Ciencias Naturais na Escola de Minas de Freiberg — aquí tería unha relación moi amigable co profesor Werner, un dos creadores da Mineraloxía— e na Universidade de Gotinga

Por testemuños de Rodríguez<sup>4</sup> sabemos que o encontro con esta universidade, fundada en 1740, lle produciu unha profunda impresión pola biblioteca (300.000 volumes), laboratorios de Física, Química, Ciencias Naturais, xardín botánico, teatro anatómico, observatorio astronómico e os innumerables especialistas en tódalas ramas do saber.

Extraña non atoparmos ningunha referencia a Gauss (1777-1855), o matemático meirande da primeira metade do século XIX, e mesmo de tódolos tempos<sup>5</sup>, director do observatorio de Gotinga desde 1807 durante 40 anos e astrónomo e xeodesta coma el.

En 1817 volta a París, cunha pensión do goberno, coa finalidade de visitar as escolas de Mineraloxía e os establecementos de minería de Francia e de Italia. Cómpre sulñarmos a súa amizade co abate Haüy, pai da cristalografía, que lle regalou unha valiosísima colección de 1024 modelos cristalográficos, que, tralo seu pasamento, foi entregada á Universidade de Santiago.

### **Rodríguez, profesor de Astronomía en Madrid e director do Observatorio**

Na Enciclopedia Espasa podemos ler que Rodríguez foi solicitado para dar leccións de Astronomía no Ateneo de París e os biógrafos afir-

(4) Carta á Universidade de Santiago de data 1-02-1817.

(5) Carl B. Boyer, "Historia de la Matemática", Alianza Universitaria, páx. 627.

man que foi convidado polo zar Alexandre de Rusia para dirixir o Observatorio astronómico de San Petersburgo<sup>(6)</sup>.

En 1819 regresou a Madrid para tomar posesión da cátedra de Astronomía do Museo de Ciencias e da dirección do Observatorio astronómico. Gil de Zárate, en *Noticia Histórica do Observatorio de Madrid*<sup>(7)</sup> relata o seguinte: “En 2 de enero de 1819 se nombró profesor de Astronomía a D. José Rodríguez, que gozaba de gran reputación por haber cooperado con Chais, Biot y Arago a la medición del meridiano de la costa oriental de España, y por sus largos viajes por Inglaterra, Francia y Alemania”.

Respecto da produción científica de Rodríguez durante os anos anteriores ó seu falecemento, o Dr. Aller, no estudio anteriormente citado, afirma non ter atopado vestixios das leccións que impartiu en apuntamentos, programas ou libros, nin documentos coas observacións astronómicas realizadas por el o baixo a súa dirección.

O Observatorio estaba en período de reorganización e os medios de que dispuña eran moi escasos. Queixábase a miúdo da falta de diñeiro, do desinterese dos poderes públicos que non se ocupaban nin da retella. O propio Rodríguez, para achegar recursos, confecciona un almanaque ou calendario, que non foi un bo negocio.

### Rodríguez, político e deputado

Rodríguez era un namorado da Constitución de Cádiz, por iso saudou o troco político acaecido en 1820 coma o tránsito da escravitude e do escurantismo á liberdade e a unha maior dignidade para o pobo.

O día 7 de marzo de 1821 prestou xuramento no Congreso dos Deputados<sup>(8)</sup>. Acérrimo defensor das ideas constitucionais, laiábase de que cada cidade e vila galega antepuxese os seus intereses particulares ós xerais de Galicia.

Coa fin do trienio liberal e o retorno do absolutismo Rodríguez veríase obrigado a saír de Madrid. Desde Lisboa escribía en agosto do 24 que se atopaba débil e non tiña azos para escribir nin para falar de política. Un mes máis tarde facía a derradeira viaxe a Santiago, onde entregaba a alma a Deus o 30 de setembro de 1824.

Foi inhumado na Igrexa de Santo Agostiño da Cidade do Apóstolo.

(6) Outros coidan que se trataba do Depósito Xeográfico de Rusia.

(7) Anuario del Real Observatorio de Madrid. Primer año 1860, páx. XI.

(8) Diario de las Cortes. Tomo XII, páx. 4.

### Breve resumo dos coñecementos adquiridos pola ciencia sobre a forma e dimensións da Terra ata o século XIX

Os sumerios (5.<sup>o</sup> milenio a. C.), e outros pobos da antigüidade pensaban que a Terra era chá, inmóvil e centro do Universo. Os filósofos pitagóricos (s. VI a.C.) formularon a hipótese da Terra redonda, porque a sombra que proxecta sobre a Lúa durante as eclipses é circular. Esta hipótese era confirmada por relatos de viaxeiros que falaban do aumento da elevación do polo norte celeste ó camiñaren cara a el e da diminución ó iren cara o sur<sup>(9)</sup>.

Eratóstenes (s. III a.C.) observou que o Sol, a mediodía do solsticio de verán, se reflectía nas augas dos pozos máis fondos de Asuán (Exipto), mentres que en Alexandría, a 7875 km. de distancia, os obxectos posuían sombra. Achou o ángulo entre as verticais dos dous lugares –1/50 da circunferencia– e calculou 39.375 km. para a lonxitude do meridiano e 6.267 km. para o radio da Terra.

No século XI, Abu Raihan Beruni (Uzbekistán) obtivo, desde o cume dun outeiro de altura coñecida, o ángulo de depresión do horizonte e calculou un radio para a Terra de 6.340 km. Actualmente fotografías tiradas desde naves espaciais deixan fóra de toda dúbida a redondez da Terra.



(9) David Layzer, Construcción del universo, 24.

Os estudos científicos, que ficaron case esquecidos na Idade Media, coa chegada do Renacemento recibiron un pulo moi notable. O cóengo Nicolás Copérnico, desafiando o dogmatismo científico, propugna a teoría heliocéntrica<sup>(10)</sup> – albiscada séculos antes polo grego Aristarco de Samos – fronte á teoría xeocéntrica de Ptolomeo (s. II d.C.).

Partindo das observacións do danés Tycho Brahe sobre o movemento dos planetas, especialmente de Marte, que presenta unha órbita de excentricidade considerable, Kepler en 1619 enuncia tres leis experimentais:

- 1) Os planetas describen órbitas elípticas co Sol nun dos focos.
- 2) Lei das áreas: o radio vector que une o Sol con cada planeta varre áreas iguais en tempos iguais.
- 3) Os cadrados dos períodos de revolución son proporcionais ós cubos dos semieixes maiores das órbitas.

Galileo Galilei (1564-1642) formula a lei de caída libre dos graves: a velocidade final de caída dun corpo no baleiro, partindo dun estado inicial de repouso, exprésase pola fórmula  $v^2 = 2gh$ , onde  $h$  é a distancia de caída e  $g$  a aceleración da gravidade. En Diálogos sobre os dous grandes sistemas do mundo, pon Galileo<sup>(11)</sup> na boca de Simplicio unha das obxeccións típicas dos defensores da vella física aristotélica: “E eu, bastante inxenuamente, ¡deixeime convencer de que as pedras non serían desprendidas polo xiro da Terra! Retiro entón o dito e sosteño que, se a Terra se move, as pedras, os elefantes, as torres e as cidades necesariamente voarían ós ceos; e como iso non sucede, declaro que a Terra non se move”.

Vinte anos despois da morte de Galileo, Christian Huyggens, ó achar que a aceleración centrífuga obedece á fórmula  $a = v^2/r$  ( $r$ , radio de xiro;  $v$ , velocidade), dá a solución matemática do problema de Simplicio.

En efecto, se nun punto do ecuador a velocidade de rotación ten un valor aproximado de 464 m/sg e a aceleración da forta centrífuga  $a = 3'37 \text{ cm/sg}^2$  e supoñemos para a gravidade un valor  $g = 980 \text{ cm/sg}^2$ , achamos que  $g/a = 17^2$ . A Terra debería, pois, xirar cunha velocidade 17 veces maior, é dicir, o día tería que durar 24/17 horas, para que as

(10) Copérnico (1473-1543). En *De revolutionibus orbium coelestium*, afirma: O Sol é o centro do Universo, a Terra e os demais planetas describen circunferencias arredor do Sol, ademais a Terra xira sobre si mesma en 24 horas de oeste a leste, orixinando o movemento diurno aparente das estrelas.

(11) David Layzer, *Construcción del Universo*, 64.

aceleracións centrífuga e gravitatoria se igualasen. Só superando esta velocidade, pedras, elefantes, torres e cidades voarían realmente cara ó ceo.

Nos modelos do Universo ata Isaac Newton a Astronomía limitábase a unha descrición cinemática do Universo. Pero, coa publicación en 1687 da magna obra “*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*”<sup>(12)</sup>, Newton senta as bases da dinámica e, como consecuencia dos seus estudos sobre os movementos dos planetas, en particular o da Lúa arredor da Terra, apoiándose nas leis de Kepler, descobre a lei da gravitación universal: “Dous corpos atraense entre si cunha forza directamente proporcional ó produto das masas e inversamente proporcional ó cadrado da distancia”.

Un razoamento teórico levaría a Newton a enxergar que a Terra non era esférica. Partindo da hipótese de que a Terra estivo anteriormente en estado de líquido incandescente –actualmente a maioría de xeofísicos non comparten este suposto– Newton afirmou que a Terra ten forma de elipsoide de revolución, avultado no ecuador e achatado nos polos. Se a Terra non xirase sobre o seu eixe, tódalas súas partículas, sometidas á atracción mutua, debería formar unha esfera. Mais xira; por tanto, a velocidade tanxencial é máxima no ecuador e decrece coa latitude. Logo a forza centrífuga, ó actuar perpendicularmente ó eixe de rotación e decrecer do ecuador ós polos, debe producir o alongamento da Terra no ecuador e achairamento nos polos.

Se Newton tiña razón, os meridianos terrestres non serían circunferencias, senón elipses iguais, de ecuación:  $(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$  ( $2a$  é a lonxitude do eixe maior;  $2b$ , a do eixe menor da elipse).

### Curvatura, radio de curvatura

Un dos conceptos básicos da Xeometría diferencial é o de curvatura:

Curvatura media dun arco de curva é o cociente entre o ángulo (en radiáns) que forman os vectores tanxentes nos extremos e a lonxitude do arco. Mediante o paso ó límite chegamos ó concepto de curvatura nun punto, que mide a rapidez de variación da dirección da tanxente á curva respecto da lonxitude do arco, e ten a seguinte expresión matemática:  $K(\text{curvatura}) = d\alpha/ds$ ; sendo  $d\alpha$  a diferencial do ángulo que forma a tanxente á curva no punto dado co semieixe

(12) Newton (1642-1727) foi un eximio matemático, a el débese a invención do cálculo diferencial e integral, que produciu unha auténtica revolución no eido das Matemáticas e da Física.



positivo de abscisas e ds a diferencial do arco. O radio de curvatura é  $R=1/K$ .

A circunferencia ten curvatura constante, tanto maior canto menor é o radio da circunferencia, pero a curvatura da elipse, como se verá, decrece entre os vértices pertencentes ó eixe maior (ecuatoriais), onde é máxima, e os do eixe menor (polares), nos que é mínima.

Se “a” é o radio ecuatorial do elipsoide de revolución, “e” a excentricidade, o radio de curvatura da elipse meridiana nun punto de latitude  $\Phi$  é  $R=a(1-e^2)/M^3$ , sendo  $M=(1-e^2\text{sen}^2\Phi)^{1/2}$ . Por tanto o radio de curvatura R crece entre o ecuador e os polos e a curvatura decrece. A curvatura no ecuador vale  $a/b^2$  (máximo) e nos polos,  $b/a^2$  (mínimo).

Da definición de radio de curvatura chégase á conclusión de que a lonxitude do arco de meridiano dun grao non é constante, coma na circunferencia, senón que crece coa latitude, sendo maior canto máis achatada é a zona considerada. Cumpria, pois, para comprobar a teoría de Newton de que a Terra é un elipsoide xerado polo xiro dunha das elipses meridianas arredor do eixe polar, efectuar medicións de graos en diversos lugares e estudar as súas variacións en función da latitude.

No século XVII fixéronse medicións de graos para determinar con exactitude o radio dunha Terra considerada esférica. O primeiro intento de comprobación da teoría de Newton foi un fracaso. A medición de grao realizada por Cassini en Francia, como consecuencia de erros nas medicións e defectos de método ó executar os traballos, levou a resultados contrarios, é dicir, o radio polar era máis longo có ecuatorial. A Academie des Sciences de París nomeou, en 1735, unha comisión formada por Bourguer e La Condamine, ós que acompañaron os españois Jorge Juan e Ulloa, co gallo de medir un arco de meridiano ó sur de Quito. Para o grao  $3^\circ$  de latitude norte obtiveron unha lonxitude, feita a redución ó nivel do mar, de 56.753 toesas<sup>(13)</sup>. Ese ano partiu outra expedición formada por Maupertius e Clairaut, cara o fondo do golfo de Botnia, en Laponia, mediron o grao 76 de latitude norte e acharon para el unha lonxitude de 57.438 toesas. Estas medicións foron seguidas por outras moitas (no século XIX fixéronse máis de vinte).

En 1798 Delambre e Mechain finalizaron a medición do arco de meridiano entre Dunquerque e Barcelona. En 1801 a Academia sueca

(13) Toesa, antiga medida de lonxitude, equivalente a 1,949 m.

de Ciencias emprendeu unha nova en Laponia para, con novos instrumentos e métodos, comprobar a primitiva de 1736. Biot, Arago e o noso Rodríguez prolongaron a medición de Delambre e Mechain desde Barcelona a Formentera nas Illas Baleares, entre 1806 e 1808.

Se a Terra for unha superficie esférica –non é, aínda que se aproxima moito– para determinar as súas dimensións, abondaría medir un pequeno arco de meridiano e as latitudes dos extremos para calcular o radio. O problema estaba en medir a distancia entre dous puntos do meridiano, posto que habería que superar unha chea de obstáculos e accidentes naturais.

En 1615 o científico holandés Snell van Roijen inventou o método de triangulación e, a partir desta data, as medicións de arcos, ou de graos, ocuparon unha parte importante do quefacer científico, sobre todo, durante os séculos XVIII e XIX, segundo deixo dito.

Pero, se para determinar o radio da Terra considerada como esfera é suficiente medir un arco e as coordenadas astronómicas (latitudes dos extremos), para a determinación dos parámetros do elipsoide de revolución, precísase facer isto mesmo con dous arcos alomenos.

### Elementos do elipsoide terrestre

Cómpre distinguir:

- o semieixe maior ou radio ecuatorial,  $a$
- o semieixe menor ou radio polar,  $b$
- o achatamento,  $\alpha = (a - b)/a$
- a excentricidade da elipse meridiana,  $e$ ;  $e^2 = \alpha(2 - \alpha)$

Esta figura xeométrica vén definida por dous valores (aparte da súa orientación): o radio ecuatorial e o achatamento.

Comprenderase agora a necesidade de dispormos dun sistema de dúas ecuacións alomenos. Desde o século XIX os sistemas, no caso de haber máis de dous arcos, resólvense polo método de mínimos cadrados de Gauss. En principio hai dous métodos para determinar os parámetros dun elipsoide terrestre: o xeométrico, baseado no emprego de medicións xeodésicas e o físico, baseado nas medicións da gravidade, pero é máis útil empregalos conxuntamente. Así a lonxitude do radio ecuatorial adoitaba calcularse mediante as medicións de graos –método xeométrico– e o achatamento, a partir de medicións gravimétricas, aínda que hoxe se determine máis exactamente por medio de satélites artificiais da Terra.

Newton, partindo da hipótese de que a Terra tiña a mesma densidade en tódolos puntos, da relación entre a forza centrífuga e a de atracción no ecuador obtivo para o achatamento o valor  $\alpha=1/230=0'00435$ .

Huygens supuxo que a forza de atracción en tódolos puntos da superficie é constante e está dirixida ó centro do planeta, e achou un valor de  $\alpha=1/576=0'002$  (unha Terra moito máis esférica, por tanto).

A mediados do séc. XVIII o matemático francés Clairaut, estimando que a Terra é un elipsoide de revolución de pequeno achairamento, formado por capas concéntricas de distintas densidades, cun mesmo eixe de rotación, sendo a variación da densidade dunhas capas a outras arbitraria, demostrou que a intensidade da forza da gravidade na superficie da Terra depende da latitude do lugar e do achatamento, e obtivo as expresións seguintes:

[1]  $\gamma=g_0+(g_{\phi}-g_0)\text{sen}^2\Phi$ ; [2]  $(g_{\phi}-g_0)/g_0=(5/2)q-\alpha$ , onde  $\gamma$ ,  $g_{\phi}$ ,  $g_0$  son as aceleracións da forza da gravidade para a latitude  $\phi$ , o ecuador e o polo,  $q$  a razón da forza centrífuga respecto da gravidade no ecuador,  $\omega$  a velocidade angular de rotación da Terra e  $\alpha$  o achatamento.

As investigacións posteriores demostraron que as hipóteses de Clairaut non se corresponden coa estrutura real da Terra. As aceleracións da gravidade calculadas teoricamente polas fórmulas e as obtidas por medicións directas non son coincidentes<sup>(14)</sup>.

Velaquí os parámetros de dous elipsoides propostos a finais do século XVIII, coñecidos, sen dúbida, por Rodríguez:

Ano	Nome	Radio ecuat.	Radio polar	inverso do achat.
1783	Bouguer Maupertius	6397300 m.	6367800 m.	216'8
1800	Delambre	6375653 m.	6356564 m.	334

É conveniente compararmos estes valores do elipsoide cos recomendados en 1989 polo Servicio Internacional da Rotación Terrestre (IERS):

1.- Radio ecuatorial: 6378136 m; 2.- Radio polar: 6356751 m.; 3.- Inverso do achatamento: 298'257.

(14) Estas diferencias confirman que, malia ser a Terra moi semellante a un elipsoide de revolución, non coincide con el.

## Obras impresas de Rodríguez

O máis importante dos manuscritos de Rodríguez é, sen dúbida, o que redactou por encargo da Xunta Central sobre os resultados da triangulación realizada para medir a chamada meridiana de España, ó que se refería Fontán<sup>(15)</sup> na sesión de Cortes de 22 de xuño de 1838.

Un dos biógrafos<sup>(16)</sup> do noso astrónomo escribe que os libros e manuscritos, as coleccións de Mineraloxía, os instrumentos de Física e Química, os títulos e documentos relativos ós estudos e comisións oficiais de Rodríguez ficaran depositados en caixóns nunha das salas do Museo de Ciencias de Madrid, lugar no que permaneceran moito tempo, a pesar das xestións do seu albacea, o Dr. Suárez Freire, para recuperalos.

No volume correspondente a 1803 das *Philosophical Transactions* publicaba o Tenente Coronel Mudge os resultados da triangulación de Inglaterra e Gales, que contradicían os de outras medicións e conducían á conclusión de que a terra, ou é avultada nos pólos e achatada no ecuador ou non é un sólido regular. Isto provocou unha comunicación de Rodríguez á Real Sociedade de Londres, titulada: "*Observacións sobre a medida de tres graos de arco do meridiano, dirixidas en Inglaterra polo Tenente Coronel Willian Mudge*", que foi publicada nas *Philosophical Transactions* para 1812.

Na polémica interviñeron algúns dos meirandes astrónomos e xeodestas daquel tempo, entre os que cómpre salientarmos o Cabaleiro Delambre e o Barón de Zach, segundo se pode consultar nun libro, de pouco máis de 100 páxinas, que se conserva na Biblioteca do British Museum e recolle 15 cartas e disertacións. Eis o seu título traducido do inglés: "*Disertacións e cartas por D. Xosé Rodríguez, o Cabaleiro Delambre e o Barón de Zach, o Dr. Thoma Thomson, o Dr. Olinthus Gregory e outros, tendentes quer a impugnar quer a defender a triangulación de Inglaterra e Gales,...*"

Despois dunha introducción na que destaca Rodríguez o papel dos filósofos (sic) Huyghens e Newton, ó sentaren os principios sobre os que debía ser determinada a figura do noso planeta e demostraren teoricamente que as partes da terra veciñas do ecuador deberían ser

---

(15) Vid. páxina 3 deste traballo.

(16) Boletín de la Real Academia Gallega.

máis avultadas cás que están preto do polo, espállase na narración das medicións de arcos de meridiano realizadas recentemente en distintas latitudes, que a xuízo do sabio astrónomo, fornecían a comprobación experimental das hipóteses sobre a forma elipsoidal da terra e non deixaban dúbida de que é avultada no ecuador e achatada nos polos.

Pasa a continuación a indicar o obxecto do seu traballo: dar a coñecer o resultados dos cálculos efectuados por el cos datos publicados por Mudge nas *Philosophical Transactions*, e facer resaltar que a magnitude do grao de meridiano para a latitude media do arco medido en Inglaterra se corresponde con exactitude cos resultados das restantes medicións que coñece.

Rodríguez comeza os cálculos por Clifton (Yorkshire), extremo norte, e finalízaos en Dunnose (Illa de Wight) ó sur. Velaquí os resultados:

<u>Distancia linear</u>	<u>Distancia angular</u>
162057,32 toesas (315849,7 m)	2° 50' 21",97

Dividindo a primeira cantidade pola segunda, obtén o valor de:

57074 toesas (111236,7 m.) para a latitude 52° 2' 20"

Procedendo do mesmo xeito cos arcos Clifton-Arbury Hill e Arbury-Dunnose<sup>(17)</sup>, os resultados dos cálculos son:

57081 toesas (111251 m.) para a latitude 52° 50' 30"

57068 toesas (111225 m.) para a latitude 51° 25' 20"

Logo a lonxitude do grao de meridiano aumenta, ó camiñarmos cara o norte, e diminúe ó descermos cara o ecuador, en concordancia coa teoría e coas restantes medicións de graos do hemisferio boreal.

Doutro punto de vista, Rodríguez proponse mostrar que estes valores concordan coa hipótese elíptica, comparándoos con outras medicións de graos acerca dos que se poida ter maior confianza.

Cotexa as dimensións dos arcos observados por Mudge e os calculados por el e non descobre diferencias notables nas distancias lineares, mentres que para as angulares, aínda que as diferencias é pequena para o arco total, nun dos parciais aproxímase ós 5 segundos.

---

(17) Arbury Hill está próxima ó meridiano de Clifton e Dunnose e divide o intervalo entre ámbalas localidades en dúas partes iguais.

Rodríguez sospeita que o erro está nas observacións da latitude, que a causa do aumento aparente cara o ecuador indicada por Mudge se debe asignar á estación intermedia de Arbury Hill, onde as observacións de estrelas serían erróneas nuns 5". Pensa que, se o valor do grao de meridiano dunha observación particular se contradí cos obtidos noutros lugares e non dá o mesmo elipsoide, as discrepancias non se atribuirán, sen máis, as irregularidades da Terra, senón a erros do observador, deficiencias dos aparellos ou doutros medios empregados na triangulación.

Ademais, se a incerteza que subsiste respecto á figura exacta da Terra e ás súas dimensións ocasionou erros nos cálculos da triangulación, a suma destes repercutiría na estimación do arco enteiro e crecería en proporción á extensión do arco medido, o contrario do que sucede na medición inglesa.

Para mostrar a concordancia coa hipótese elíptica o noso xeodesta fai uso das fórmulas e métodos de Delambre. Para un achatamento<sup>(18)</sup> de 1/320 e un radio ecuatorial de 3271512 toesas (6376177 m.) ó arco completo entre Clifton e Dunnose correspóndenlle 2° 50' 21" 97. Este resultado reafirmouno na convicción de que a Terra é un elipsoide de revolución avultado no ecuador e achatado nos polos.

Aplica o mesmo procedemento coa medición dos suecos na Laponia para examinar o grao de precisión na concordancia entre o arco calculando por el e o obtido mediante as observacións e chega a calcular un arco de 1° 37' 20",2, só distinto do observado en 6 décimas de segundo, que se traduce nunha diferenza de menos de 12 m.

Estudia a medición realizada en 1802 por Mr. Lambton no continente asiático, en Bengala na costa de Coromandel, que publicou no tomo oitavo das Investigacións Asiáticas a Sociedade de Calcuta. Das súas observacións deduce Lambton que a lonxitude do grao de meridiano é aquí de 56762,3 toesas (110629,7 m.). Basándose na hipótese elíptica e tomando o mesmo achatamento e radio que para a medición do sueco Svanberg na Laponia, obtén entre o calculado e o observado unha desviación dunhas 5 décimas de segundo para o arco total e pouco máis de 3 décimas para o grao medio, non alén de 10 m. de diferenza para a distancia linear.

Tamén trata de mostrar a concordancia da hipótese elíptica coas últimas medicións realizadas en Francia por Delambre y Mechain.

(18) O Dr. Leslie na Enciclopedia Británica recoñece que os valores do achatamento utilizados por Rodríguez eran os máis aproximados naquel tempo.

Manifesta a arela de que se fagan novas medicións de graos de meridiano no hemisferio austral. Dado que as executadas no hemisferio norte –son ideas do mesmo Rodríguez– son abondo favorabeis á presunción de ser o nivel xeral da Terra elíptico e moi regular, tamén podemos agardar que o outro hemisferio se comporte de xeito semellante para concluírmos definitivamente a forma elipsoidal do noso planeta.

Non obstante, do grao medido por Lacaille no Cabo de Boa Esperanza (latitude  $33^{\circ} 18''$ ) dedúcese un meridiano de menor excentricidade ou de maior eixe. En efecto, unha lonxitude linear de 57037 toesas (111165 m.) para o valor dun grao no noso hemisferio corresponde á latitude  $47^{\circ} 47'$ . Polo que recomenda a repetición da medición do Cabo e a realización doutras en Nova Holanda e no Brasil para podermos establecer a semellanza de tódolos meridianos.

A comunicación do noso xeodesta á Real Sociedade de Londres foi moi favorablemente acollida nos cenáculos científicos do seu tempo, especialmente por dúas das meirandes autoridades na materia daquela época: o Cabaleiro Delambre e o Barón de Zach.

Proba da importancia concedida por Delambre ás ideas expresadas polo noso matemático na devandita comunicación, é que a publicou resumida na *Connaissance des Temps* para 1816. O Barón de Zach non aforra eloxios e manifesta: “D. Rodríguez no inxenioso exame que fai de tres graos de meridiano medidos en Inglaterra, participaba da nosa mesma opinión”, fai súa a sospeita de Rodríguez sobre un erro de 5 segundos na latitude da estación de Arbury e a afirmación de que, malia recoñecer a importancia das irregularidades do planeta e as atraccións locais, é mester ter a seguranza de que non hai outra explicación antes de recorrer a esa.

## O Xeode

Despois da morte de Rodríguez, os avances da ciencia déronlle novo pulo ó estudio da forma da Terra, ó se obteren valores máis numerosos e precisos, espaxados por toda a superficie, da intensidade e mesmo da dirección da forza da gravidade. A Física teórica, coas modernas teorías do campo e potencial, forneceu o axeitado modelo teórico. A partir de Newton sabemos que, dada unha partícula de masa  $M$ , calquera outra masa  $m$  situada nas súas proximidades sofre unha atracción gravitatoria de módulo  $F=GMm/r^2$  (se  $m$  é a unidade de masa, entón  $F=GM/r^2$ ). Esta forza é de tipo central e dise que a masa

M crea un campo gravitatorio, é dicir, en cada punto hai unha forza de atracción asociada. Dado que o traballo realizado por este campo ó desprazar a masa unidade entre dous puntos A e B non depende da traxectoria percorrida, existe unha función chamada potencial de atracción  $U = -GM/r$  tal que  $T(\text{traballo}) = U_A - U_B$ , sendo o significado físico do potencial o “traballo que cómpre realizar sobre a unidade de masa para desprazala desde o punto considerado ata o infinito”.

Desexo advertir que o cálculo do potencial da Terra excede o nivel deste traballo, pero no noso caso, amais do campo de atracción, debemos ter en conta o campo da forza centrípeta  $F = \omega^2 \rho$  para unha masa unitaria, e deriva do potencial  $V = (\omega^2 \rho^2)/2$  ( $\omega$ , velocidade angular de rotación da Terra e  $\rho$ , distancia ó eixe de xiro). A acción total dos campos de atracción e da forza centrípeta forman o campo da forza da gravidade e a suma dos potenciais de atracción  $U$  e da forza centrífuga  $V$  é igual ó potencial  $W$  da forza da gravidade, ou sexa,  $W = U + V$ .

Superficies equipotenciais ou de nivel respecto da gravidade son aquelas que verifican a ecuación  $W = C$ , hai tantas como valores se poden dar á constante  $C$ , infinitas<sup>(19)</sup>. A Distancia entre dúas superficies de nivel non é constante en tódolos puntos, xa que é inversamente proporcional á forza da gravidade que actúa neses puntos. Nos polos, onde a gravidade acadada un valor máximo, aproxímanse e no ecuador alónxanse<sup>(20)</sup>.

Unha das infinitas superficies de nivel é o *xeoide*, nome introducido polo físico Listing na segunda metade do século pasado en Göttingen. O xeoide é a superficie equipotencial respecto da forza da gravidade que coincide<sup>(21)</sup> practicamente coa superficie media dos océanos; en efecto, a superficie dun fluído en rotación situado nun campo de gravitación é unha superficie de equilibrio perpendicular á forza de gravidade en tódolos puntos, nos que o potencial gravitatorio é constante. Determinar, pois, a superficie do mar equivale a determinar o xeoide.

A superficie do xeoide aproxímase moito á superficie real do planeta e non se identifica co elipsoide de revolución, segundo se desprende das anomalías da gravidade e das desviacións das liñas verticais.

Os valores da forza da gravidade  $g$  medidos sobre a superficie con péndulos e gravímetros non coinciden cos valores  $\gamma$  da gravidade calculados sobre o elipsoide e mesmo se diferencian en magnitudes frecuen-

(19) É mester subliñar que nos puntos da superficie de nivel a forza da gravidade é ortogonal á superficie e, por tanto, a proxección sobre o plano tanxente é igual a cero.

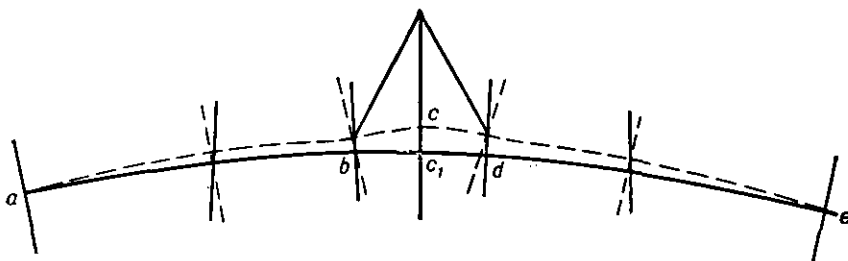
(20) Zakatov, Curso de Xeodesia superior, páx. 314.

(21) Anny Cazenave e Georges Balmino, La gravedad de la Tierra, Mundo Científico, n.º 59.



temente moi superiores ós erros imputables ás medicións, como para seren debidos ó azar. Estas discrepancias chámanse *anomalías da forza da gravidade*: as anomalías positivas ( $g \geq \gamma$ ) corresponden a exceso de masas na zona investigada –masas topográficas exteriores, ubicadas por riba do nivel dos océanos e masas anómalas situadas dentro da Terra– e as negativas, a defecto de masas.

Se a Terra fose un elipsoide de revolución, a vertical astronómica, perpendicular ó plano do horizonte e coincidente coa dirección da chumbada, e a normal ó elipsoide no mesmo punto deberían coincidir, é dicir, o ángulo formado polas dúas rectas –desviación das verticais– sería cero. Mais, en xeral, non só non coinciden senón que chegan a superar entre 5 e 10 veces os erros admisibeis nas medicións astronómicas e xeodésicas. As desviacións das verticais dependen da distribución das masas da terra e das dimensións e orientación do elipsoide de referencia<sup>(22)</sup>. Imonos deter un chisco neste punto.



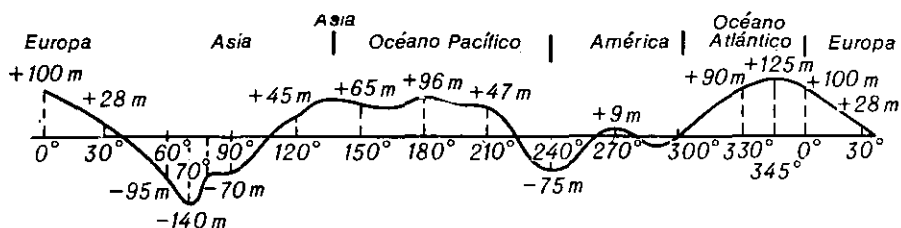
Na figura precedente a presenza dunha montaña en forma de triángulo equilátero orixina un exceso de masa que provoca desviacións das verticais cara a montaña. A superficie do elipsoide e as normais a ela están debuxadas con trazo continuo; as liñas discontinuas representan o xeoide e as verticais astronómicas. Nos extremos do arco, elipsoide ou xeoide, normal e vertical coinciden; pero conforme nos achegamos á montaña, a desviación das verticais vaise acentuando, o que leva consigo un afastamento<sup>(23)</sup> entre o elipsoide e o xeoide. Ó pé da montaña prodúcese un forte cambio de curvatura, con desviacións significativas das liñas verticais; no cume as liñas coinciden de novo. Logo pequenas separacións do xeoide e do elipsoide poden ir acompañados de grandes desviacións das verticais; por contra, grandes alonxamentos poden levar consigo desviacións pouco significativas.

(22) Zakatov, Curso de Xeodesia superior, páx. 345, Edit. Mir.

(23) Zacatov, op. cit., 427.

**¿Cal é o caracter do alonxamento entre o xeoide e o elipsoide?,  
¿existen grandes ondas do xeoide?**

Helmert, a finais do século XIX, coidaba non se daren alonxamentos sistemáticos; en troques, o ruso Sludsky sinalaba a elevación do xeoide sobre o elipsoide nos océanos e a súa descida sobre os continentes. Estudos posteriores confirmaron a existencia de enormes ondas xerais do xeoide que abranguen continentes e océanos enteiros, atinxindo valores máximos de case 150 m. A figura adxunta (n.º 3) mostra o perfil do xeoide extrapolado no ecuador terrestre e indica a existencia de ondas do xeoide que cambian coa lonxitude.

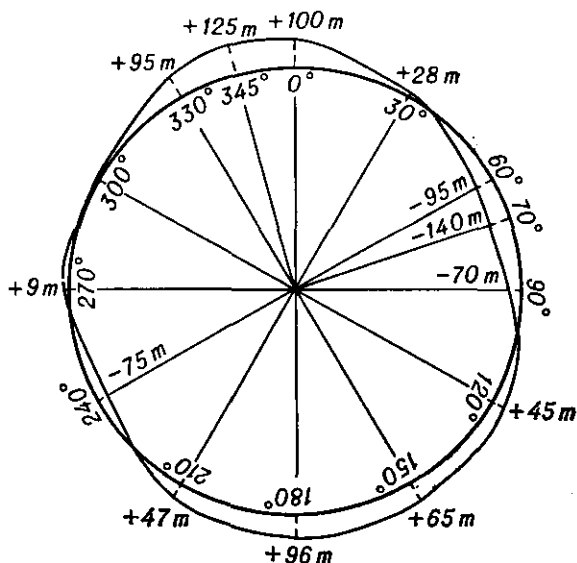


Na cuarta figura a circunferencia representa o ecuador do elipsoide terrestre, figurando por unha parte as lonxitudes en graos e pola outra as magnitudes en que o xeoide (liña curva irregular) se desvía do elipsoide no ecuador. Como se ve pola gráfica, máis ca dun elipsoide de dous eixes debemos falar dun elipsoide triaxial<sup>(24)</sup>. O ecuador deste elipsoide de tres eixes sería unha elipse co eixe maior na latITUDE aproximadamente igual a 0°, cunha diferenza entre os eixes maior e menor duns 218 m. e un pequenísimo achatamento:  $3'33 \times 10^{-5}$ .

Ademais das grandes ondas xerais do xeoide cómpre salientarmos outras ondas máis suaves provocadas por causas locais coma cadeas de montañas, caída brusca do relevo na zona costeira, etc.

Antes dixemos que determinar a superficie do mar é fundamental para determinar o xeoide. Pois ben, nos últimos 30 anos, a altimetría por satélite permitiu medir con precisión a forma do mar, o xeoide pois, por riba de tódalas masa oceánicas.

(24) Zakatov, op. cit., 429.



En 1975 e 1978 a NASA lanzou sucesivamente os satélites Geos 3 e Seasat provistos dun altímetro radar, que permite medir a altura do satélite encima do mar e deducir da altitude medida a altura da superficie mariña –do xeode por tanto– sobre o elipsoide de referencia e elaborar deste xeito unha cartografía directa e completa do xeode nas rexións oceánicas.

O Seasat confirmou a existencia de ondulacións (depresións e relevos) da superficie mariña en coincidencia coas grandes estruturas dos fondos oceánicos. Así sobre as cadeas volcánicas submariñas das Hawai, Illas Austrais e da Sociedade prodúcense pequenos avultamentos do xeode duns poucos metros en perfecta coincidencia cos volcáns, mentres que os grandes foxos oceánicos coma o das Tonga-Kermadec producen depresións do xeode que poden atinxir 20 m. ó longo de 200 a 300 km. As fallas, as zonas de fractura producen unha marca coma de chanzos de escaleira de 3 a 4 m. sobre a altura do xeode nunha distancia de 100 km.; unha marca semellante aprézase a nivel das marxes continentais nas zonas de transición entre océanos e continentes. As dorsais oceánicas producen no xeode unha aresta de 10-15 m. de largo en varios miles de Km.; son visibles a mesoatlán-

de 10-15 m. de largo en varios miles de Km.; son visibles a mesoatlántica e a do Indico occidental, a do Pacífico é pouco visible<sup>(25)</sup>

As grandes ondulacións do xeoide, de magnitude comprendida entre 40 e 100 m soen extenderse ó longo de miles de quilómetros. Nas zonas ecuatoriais hai dúas grandes zonas de máxima, a centrada sobre Nova Guinea cobre case todo o Pacífico ecuatorial e atinxe os 100 m., a outra anomalía abrangue o Atlántico oriental e o oeste de África cunha amplitude da orde de 40 m. Outro máximo atópase situado sobre a zanza do Perú e a cordilleira dos Andes. As rexións polares caracterízanse por unhas mínimas do xeoide, cunha depresión de -100 m. centrada na Antártida e outra de -60 m. centrada sobre o norte do Canadá. Tamén se observa unha depresión do xeoide ó sur da India (Anny Cazenave e Georges Balmino, op. cit. pax. 608, 609).

Un mapamundi das ondulacións do xeoide foi establecido en 1984 a partir dunha recente solución obtida para a expresión matemática do campo da gravidade terrestre (1369 parámetros determinados) por un equipo francoalemán<sup>(26)</sup>, tras varios millóns de observacións en máis de 50 satélites artificiais. Ó primeiro parámetro, chamado achatamento dinámico, correspóndelle un achatamento xeométrico da forma da Terra. O segundo parámetro describe o campo de gravidade e representa a elipticidade do ecuador terrestre, os restante parámetros non teñen un significado físico especial.

A forma do xeoide achada por este equipo está representada en curvas de nivel pola súa altitude enriba dun elipsoide de referencia (de semieixe maior  $a=6378137$  m. e achatamento  $\alpha=1/298,257$ ) sobre un mapamundi.

Na figura adxunta (n.º 5) as curvas de nivel correspondentes á elevación do xeoide respecto do elipsoide figuran con números positivos e as depresións, con números negativos. O paso entre curvas de nivel é de 5 metros.

Hai relevos positivos do xeoide segundo se pode ver no Atlántico Norte, sobre a Península Ibérica, sur de Madagascar, norte e nordés de Australia e sobre o Perú. Negativos, ó sur da India, norte do Himalaya, na Antártida e sobre o Canadá.

(25) Anny Cazenave, La gravedad de la Tierra.

(26) Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale de Toulouse e Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut de Munich.

# dad de la Tierra

